MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI

ŞCOALA GIMNAZIALA nr. 56– BUCUREŞTI

Concursul Interjudeţean de Matematică al Şcolii Gimnaziale nr. 56
Ediţia a XIII - a, 25.01.2014

Clasa a VIII-a

1. Determinaţi toate tripletele de numere naturale (a,b,c) care au proprietatea

$$a^2+b^2-c^2=9-2ab.$$

2. Se consideră dreptele necoplanare *e* şi *f*. Punctele diferite *A* şi *B* sunt situate pe dreapta *e*, iar *M* este mijlocul segmentului $[AB]$. Numerele *a*, *b* şi *m* sunt, respectiv, distanţele de la punctele *A*, *B* şi *M* la dreapta *f*.

a) Arătaţi că $m<\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$;

b) Dacă $e\perp f$ şi $a\neq b$, arătaţi că există $N\in(AB)$ astfel încât $n=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$, unde *n* este distanţa de la punctul *N* la dreapta *f*.

3. Determinaţi numerele iraţionale a pentru care numerele $p=\frac{2a^2+1}{a-3}$ şi $q=\frac{3a^2-1}{3a-5}$ sunt simultan numere raţionale.

4. Se consideră triunghiul *ABC* în care $AB\neq AC$. Punctul M este mijlocul laturii $[BC]$, iar *D* este intersecţia bisectoarei unghiului $\widehat{BAC}$ cu $[BC]$. Cercul circumscris triunghiului *AMD* intersectează (AB) şi (AC) în punctele *P* şi respectiv *Q*. Demonstraţi că $BP=CQ$.

SUCCES!

Notă:
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.
- Timp de lucru efectiv : 3 ore.